Оглавление

[Занятие 2 Проверено 2](#_Toc178080595)

[ЗАНЯТИЕ 3 Проверено: 7](#_Toc178080596)

[Занятие 5 Операции над графами 11](#_Toc178080597)

[Занятие 6. Код Прюфера 14](#_Toc178080598)

[Занятие 7. Алгоритм поиска в глубину и поиска в ширину 15](#_Toc178080599)

[Занятие 10 Алгоритм поиска минимального остовного дерева: 17](#_Toc178080600)

# Занятие 2 Проверено

Задание 1

Постройте граф, у которого радиус совпадает с диаметром (у графа должно быть не менее пяти вершин).



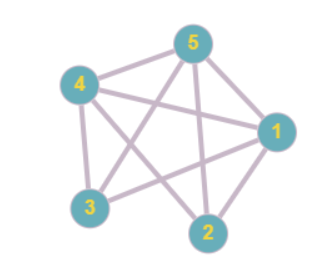
Задание 2

Постройте граф, у которого каждая вершина является и периферийной и центральной (у графа должно быть не менее пяти вершин).



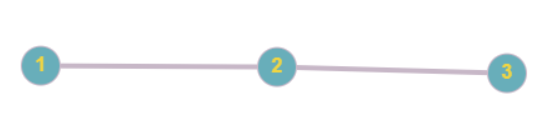
Задание 3

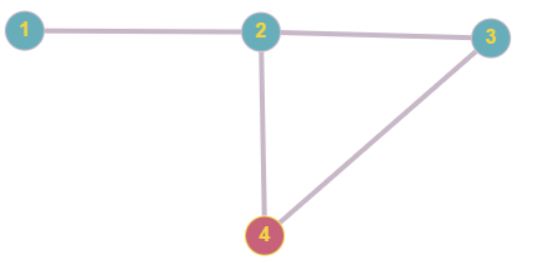
3. Постройте граф, у которого радиус равен единице, а диаметр двум.

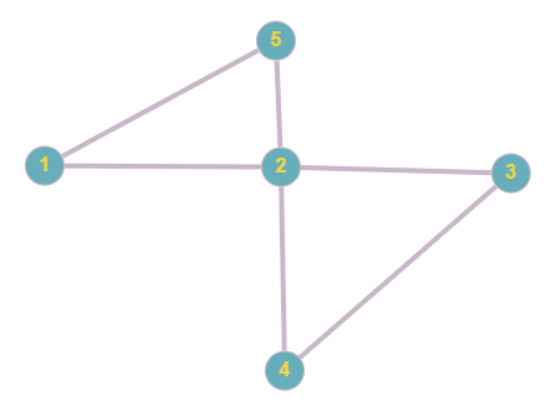


Задание 4

. Постройте графы с тремя, четырьмя и пятью вершинами, у которых центр состоит ровно из одной вершины (не использовать графы типа «звезда»).

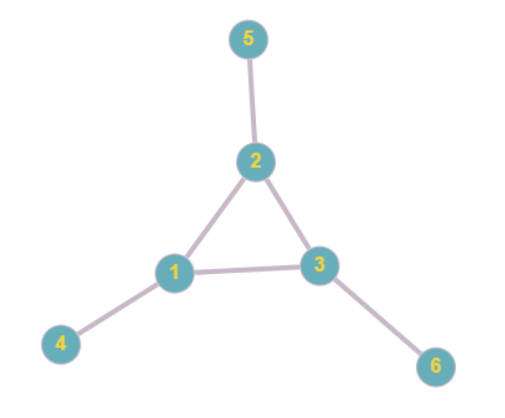






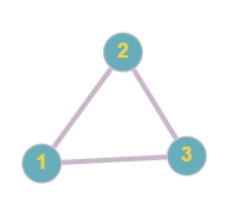
Задание 5

Постройте граф, у которого центр состоит ровно из трех вершин и не совпадает с множеством всех вершин.



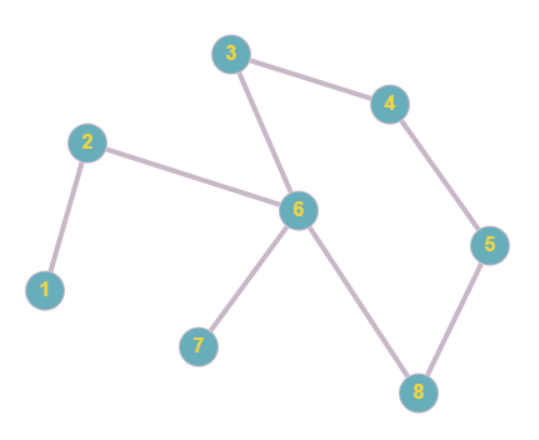
Задание 6

Постройте граф, такой, что центр состоит ровно из трех вершин и совпадает с множеством всех вершин



Задание 7

Построить простой граф на 8 вершинах и найти его радиус, диаметр, центральные и периферийные вершины (не использовать граф, являющийся простым циклом).



Радиус (2)

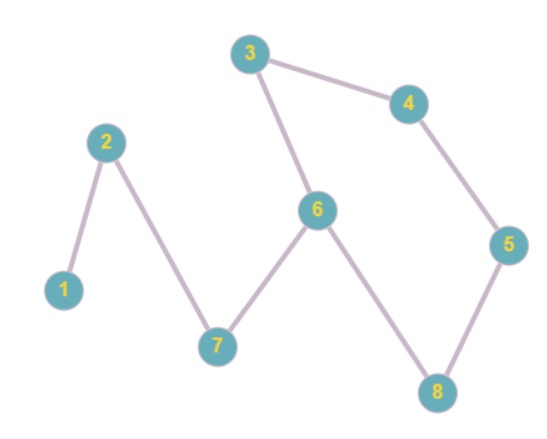
Диаметр 4

Центральные 6

Периферийные 1, 4, 5

Задание 8

Построить граф на 8 вершинах, такой что его радиус равен 3, а диаметр 5.



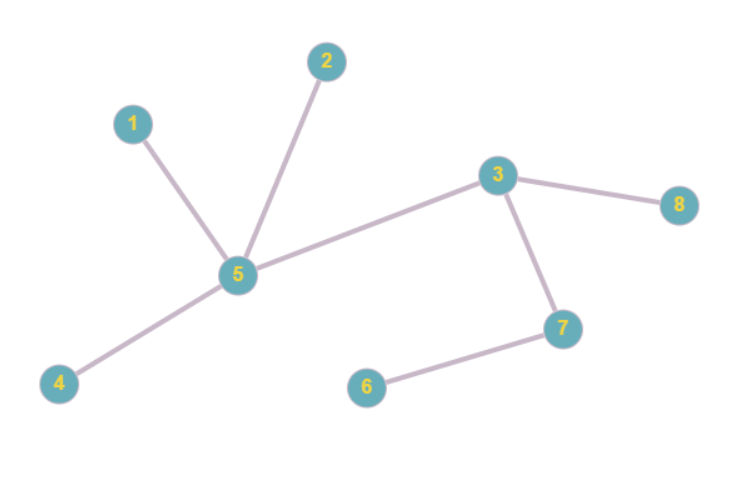
Задание 9

Какой наибольший диаметр может быть у графа с вершинами? Сколько имеется графов с таким диаметром (непомеченных)?

У графа с N вершинами диаметр максимально равен n-1, это линия из вершин, 1 возможный вариант

# ЗАНЯТИЕ 3 Проверено:

Задание 1



Задание 2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Задание 3:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| A | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| E | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

Задание 4:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 3 | 0 | -1 | 0 | -1 | -1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | -1 | -1 | -1 | -1 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | -1 | 2 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Задание 5

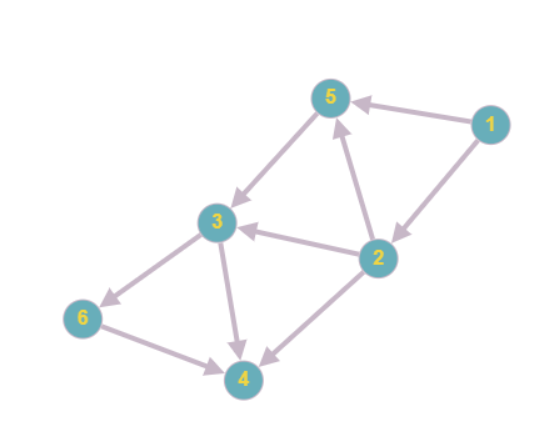
Без 1,4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| B | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| E | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

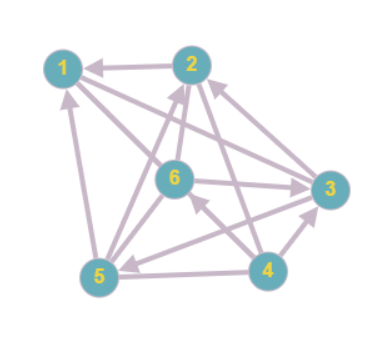
Без 1,5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| E | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

Задание 6

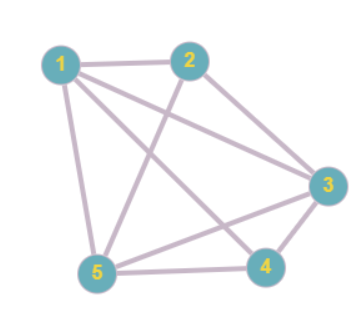


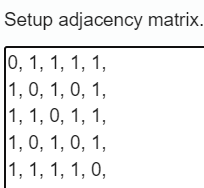
Задание 7

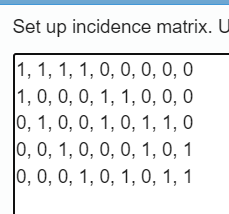


|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Задание 8







|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 4 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 2 | -1 | 3 | -1 | 0 | -1 |
| 3 | -1 | -1 | 4 | -1 | -1 |
| 4 | -1 | -1 | -1 | 4 | -1 |
| 5 | -1 | -1 | -1 | -1 | 4 |

Задание 9

A – полный и колесо

B – полный и колесо

C - двудольный

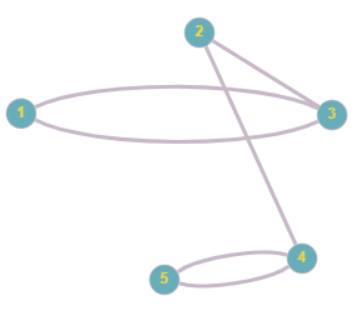
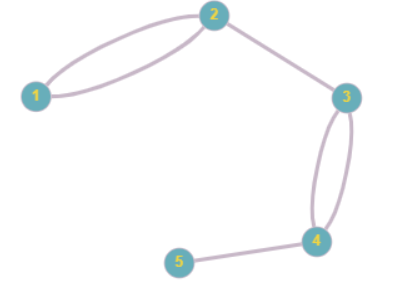
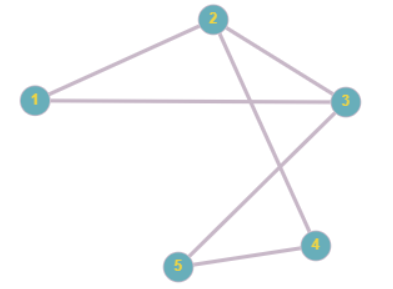
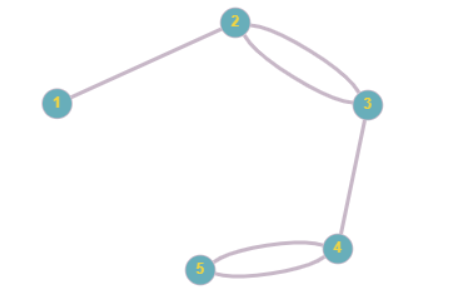
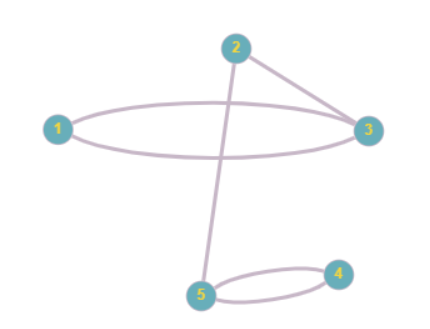
Изоморфны друг другу если существует взаимно однозначное соответствие между графами

Которое сохраняет отношение смежности

Отношение изоморфизма – отношение эквивалентности

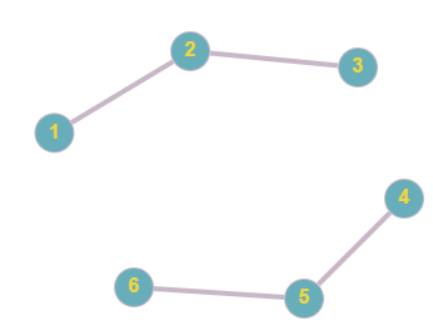
# Занятие 4:

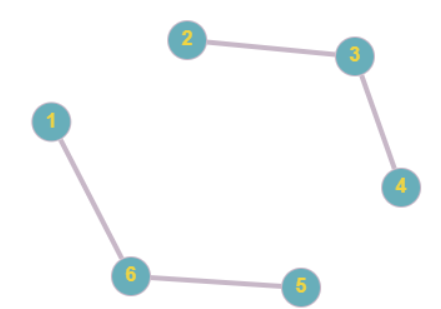
Задание 1 Определить, какой из графов (если такой есть) не изоморфен ни одному из остальных (в ответ указать букву списка для соответствующего графа). Для остальных графов определить, какому (каким) из графов они изоморфны.

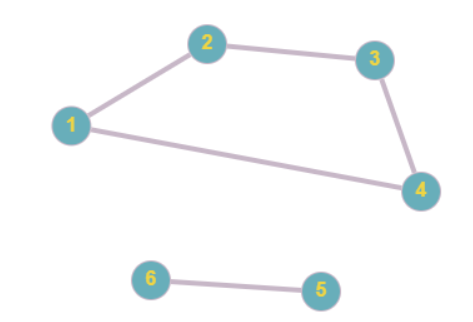
1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

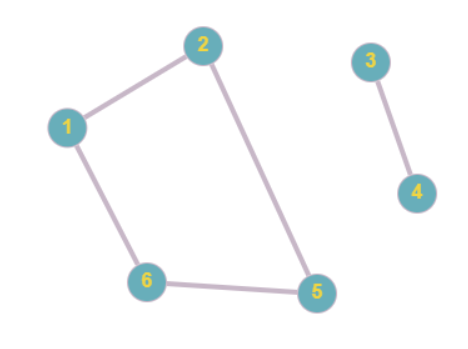
A и B и E изоморфны

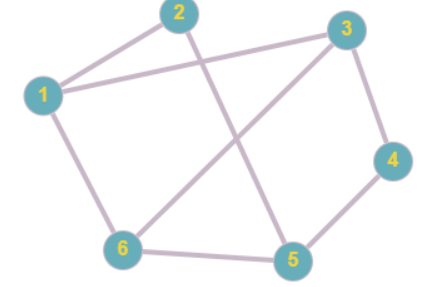
Задание 2 Самостоятельно подготовить задание, аналогичное задаче 1 (пять графов по 6 вершин). Для иллюстрации использовать одно из online средств визуализации графов. При оформлении решения этой задачи указать список графов, записанных в текстовой форме в виде перечисления ребер; скриншоты графов; ответ (буква списка выбранного графа (неизоморфного другим)); ответ по изоморфности остальных графов (например, “ граф a) изоморфен графу e) ”)

1.

2. 

3. 

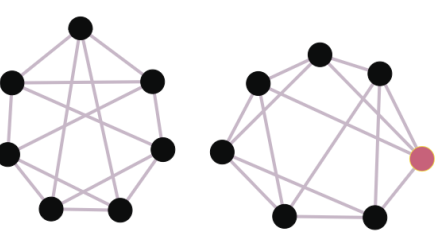
4. 

5. 

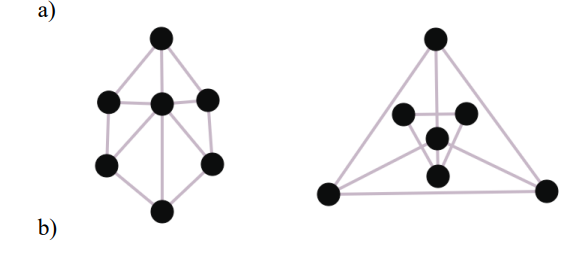
Задание 3 Докажите, что следующие графы G1 и G2 изоморфны, построив взаимно однозначное соответствие φ:V(G1)→V(G2)

1. 1 -> 1, 2->2,3->3,4->4,5->5,6->6,7->7
2. x1 -> 1, x2->3,x3->2,y1->5,y2->6,y3->4
3. x1 -> A, x2->E,x3->C,y1->B,y2->D,y3->F

Задание 4 4. Докажите, что следующие графы не являются изоморфными:

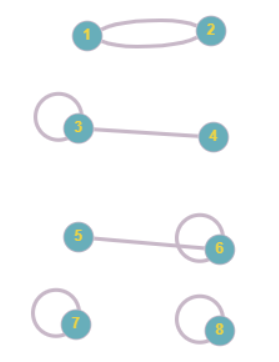


Они не изоморфны с силу метода построения и нечетности кол-во вершин (левый 4 вершины с отсутствием 2

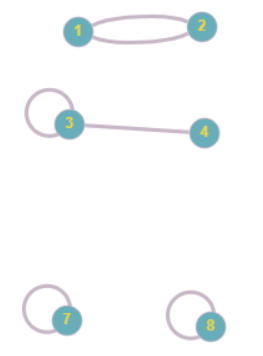


Тут 2 компоненты связности в правом, в левом 1

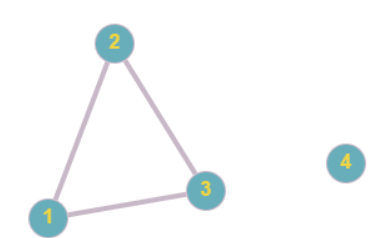
Задание 5 Нарисуйте все возможные графы с двумя вершинами и двумя ребрами (петли разрешены). Нарисуйте все неизоморфные графы с двумя вершинами и двумя ребрами.

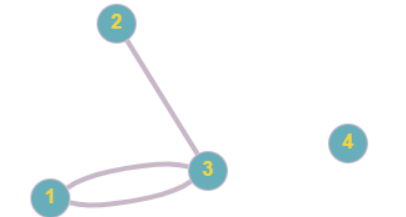
Все 

Неизоморфные

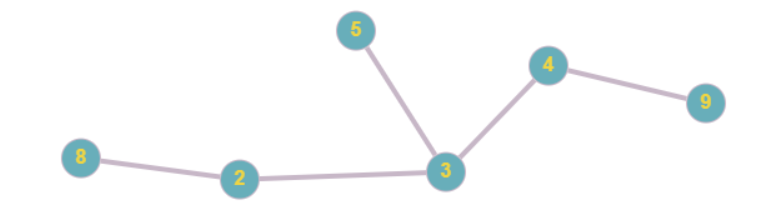
****

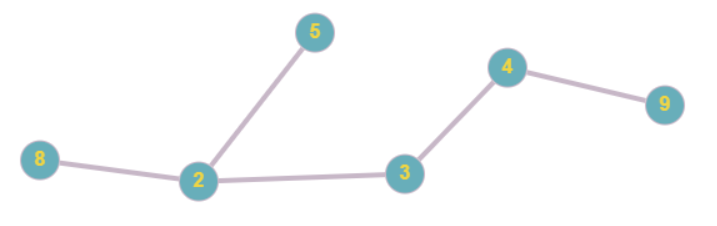
Задание 6: Приведите пример двух неизоморфных графов с одинаковым числом вершин, ребер и компонент связности.





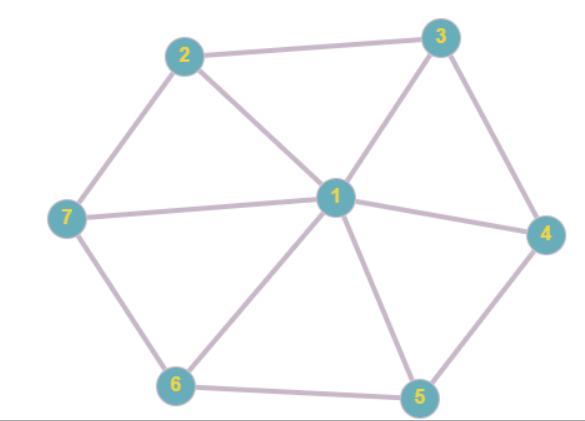
Задание 7: Приведите пример двух неизоморфных графов с одинаковым числом вершин, ребер, компонент связности и одинаковым набором степеней вершин.

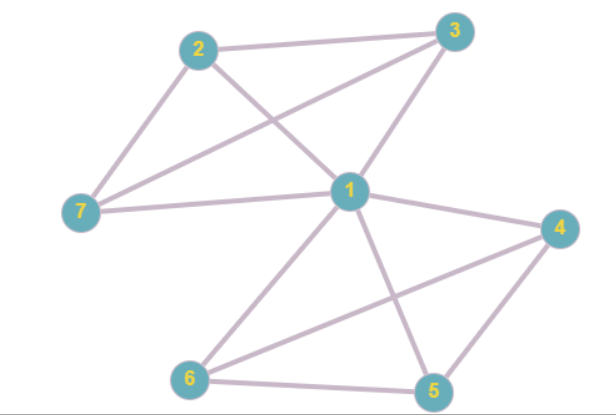




Задание 8: это верно в силу наличия общего множества (универсального, полного графа) и свойств биекции

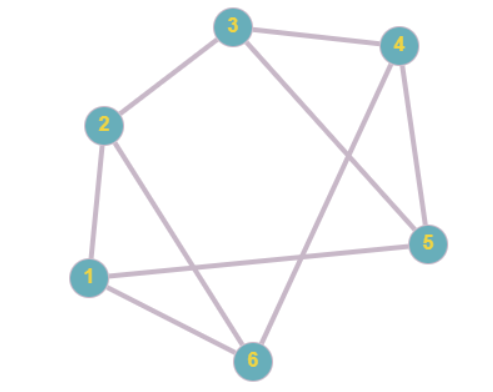
Задание 9

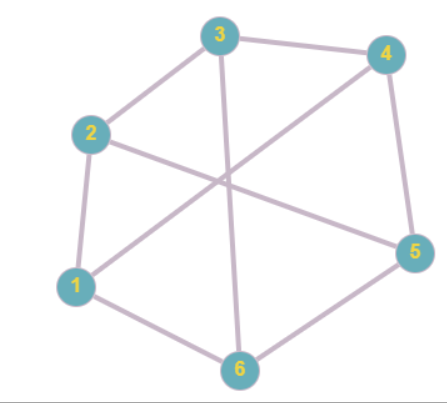




Задание 10 Приведите пример двух неизоморфных кубических графов

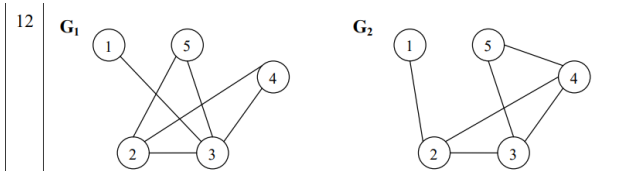
на 6 вершинах с 9 ребрами.



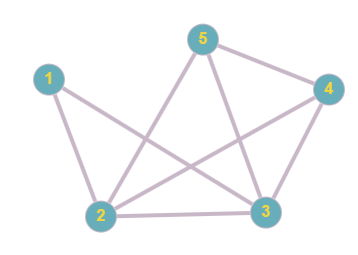


# Занятие 5 Операции над графами СДАНО

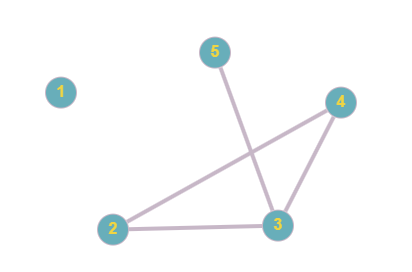
Задание 1: Выбрать 2 графа из предложенных ниже вариантов



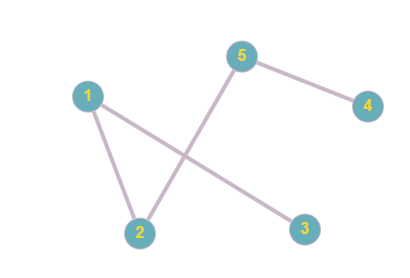
Задание 2: Построить граф, равный объединению исходных графов.



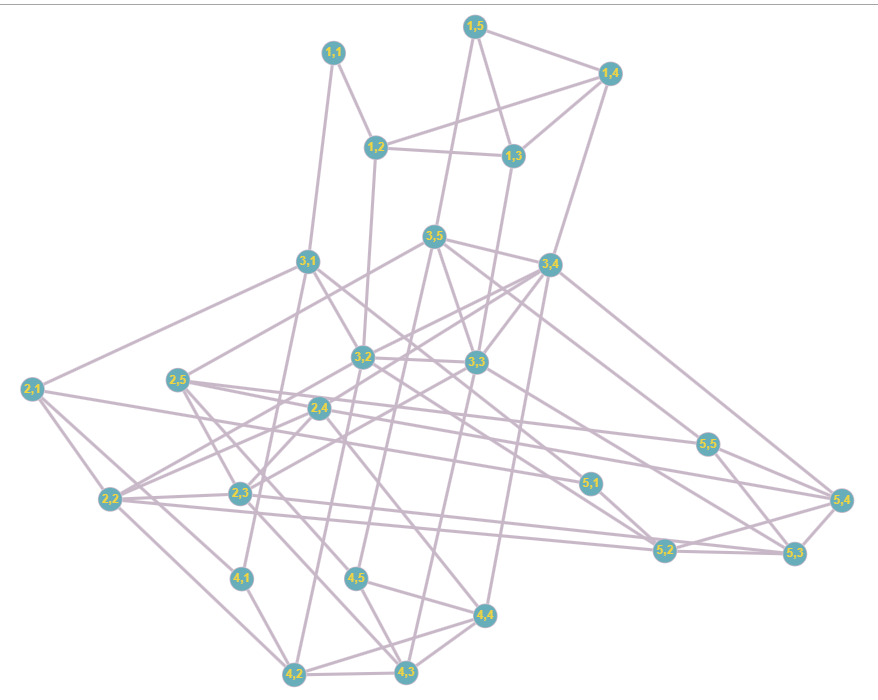
Задание 3: Построить граф, равный пересечению исходных графов.



Задание 4: Построить кольцевую сумму исходных графов.

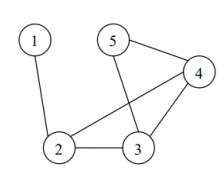


Задание 5: Построить декартово произведение графов

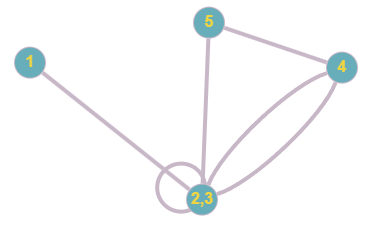


Задание 6: Для одного из исходных графов выполните операцию отождествления двух произвольных вершин

Было

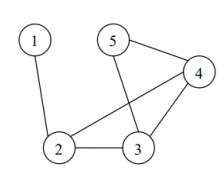


отождествлю 2 – 3

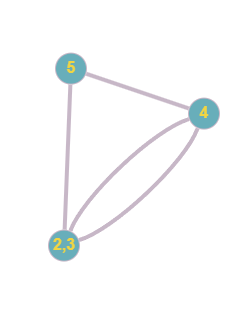


Задание 7: Для одного из исходных графов выполните операцию стягивания двух произвольных ребер

Было

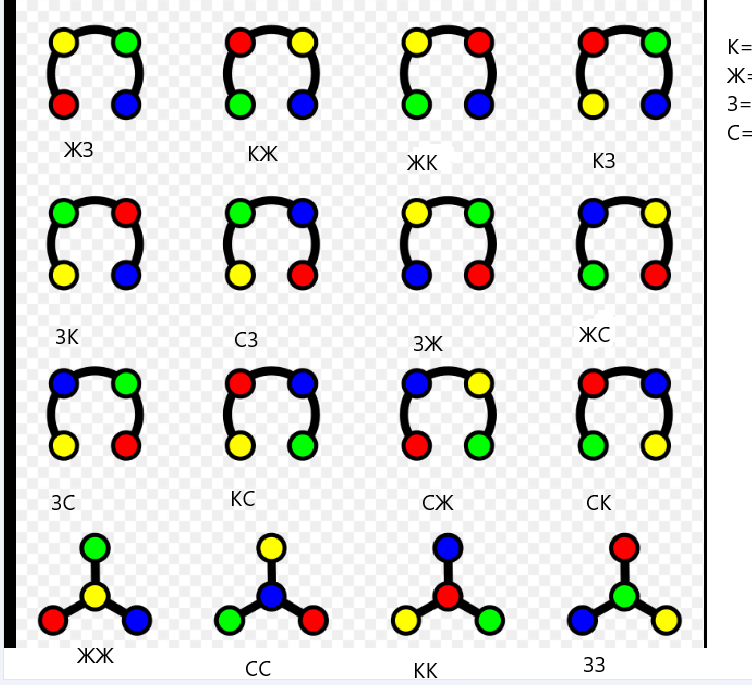


Стягивание ребра (2,3) и (1,2)

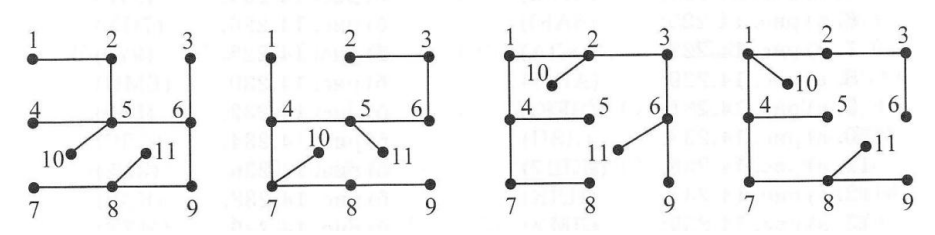


# Занятие 6. Код Прюфера СДАНО

Задание 1: Выпишите коды Прюфера всех помеченных деревьев с четырьмя вершинами и убедитесь, что каждая последовательность длины два из номеров вершин 1, 2, 3, 4 встречается среди этих кодов ровно один раз.



Задание 2: Найдите код дерева методом Прюфера



1 – 2 5 6 5 8 5 6 9 8

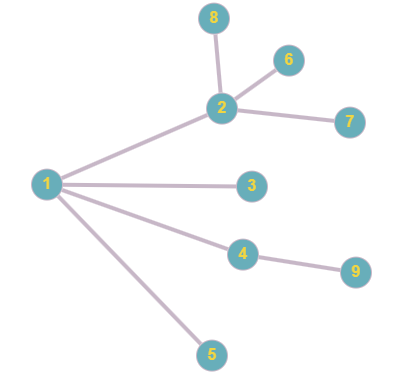
2 – 4 3 6 5 8 7 7 4 5

3 – 4 7 4 1 2 6 2 3 6

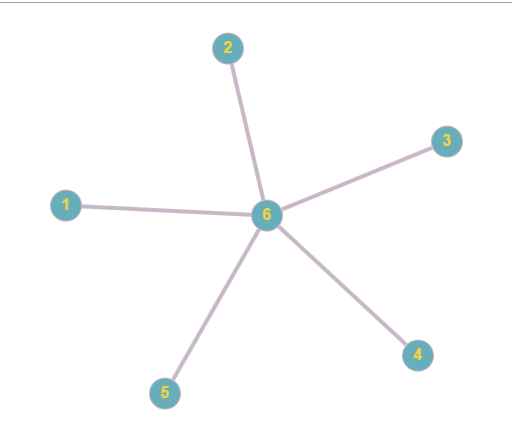
4 – 4 3 2 1 8 1 4 7 8

Задание 3:

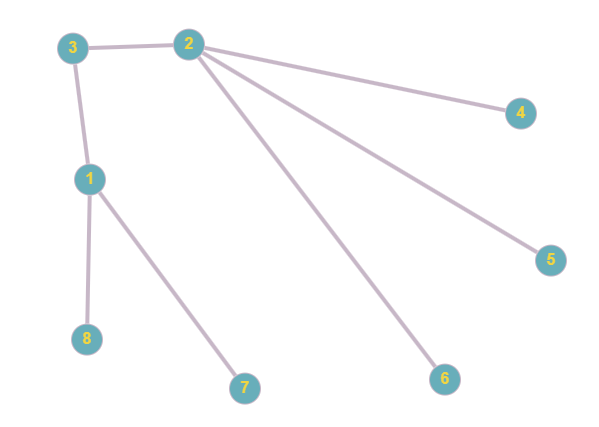
1)



2)



3)



Задание 4: Дерево задано следующим кодом Прюфера: 667767677

а) сколько ребер соединяют вершины 2 и 8, 4 и 9

dist(2,8) = 3, dist(4,9) = 3

б) укажите степени вершин с номерами 5, 6,11

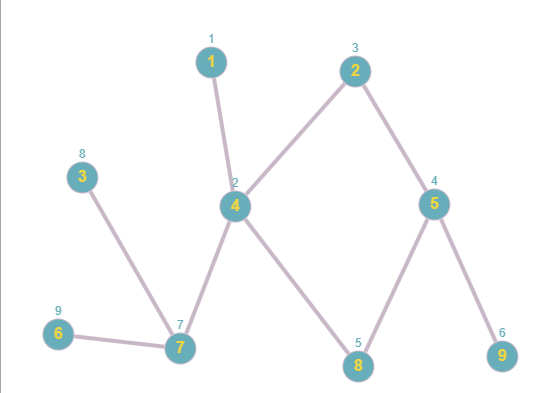
deg(5)=1,deg(11)=1,deg(6)=5

Задание 5: Написать программу, которая по заданному коду Прюфера (в качестве тестовых примеров взять примеры из задания 1) восстанавливает дерево, то есть находит списки смежности его вершин.

Lesson 6 – ex\_5()

# Занятие 7. Алгоритм поиска в глубину и поиска в ширину

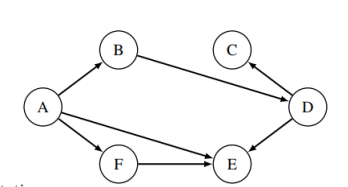
Задача 1.



В Глубину: 1-4-2-5-8-9-7-3-6

В ширину: 1-4-2-7-8-5-3-6-9

Задача 2:



В Глубину: A-B-D-C-E-F

В ширину: A-B-E-F-D-E-C

Задача 3: Полного

Задача 4: Простой цикл из 3-х вершин

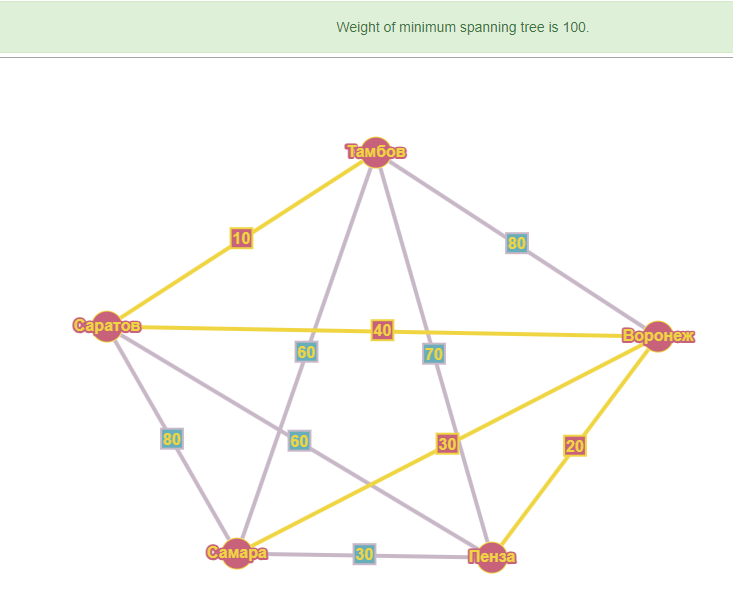
Задача 5: Полного

Задание 6: Реализуйте программу, в которой выполняется алгоритм обхода графа на основе поиска в глубину. Lesson 7 -> ex\_6()

Задание 7 Реализуйте программу, в которой выполняется алгоритм обхода графа на основе поиска в ширину. Lesson 7 -> ex\_7()

Задание 8 Используйте обход графа в ширину для определения всех вершин графа, находящихся на фиксированном расстоянии d от данной вершины.. Lesson 7 -> ex\_8()

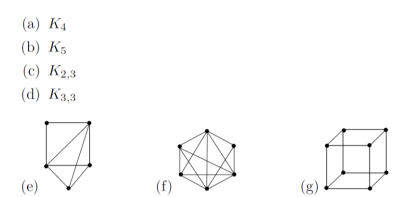
# Занятие 8 Алгоритм поиска минимального остовного дерева:

Задание 1: 

Задание 2: Даны точки на плоскости, являющиеся вершинами полного графа. Вес ребра равен расстоянию между точками, соответствующими концам этого ребра. Требуется в этом графе найти остовное дерево минимального веса. Lesson10 -> ex\_2()

# Занятие 10. Плоские и планарные графы

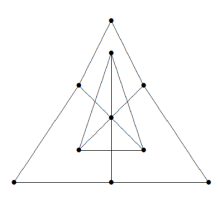
Задание 1: Определите, какие из приведенных ниже графов являются планарными, а какие не планарными. Объясните почему.

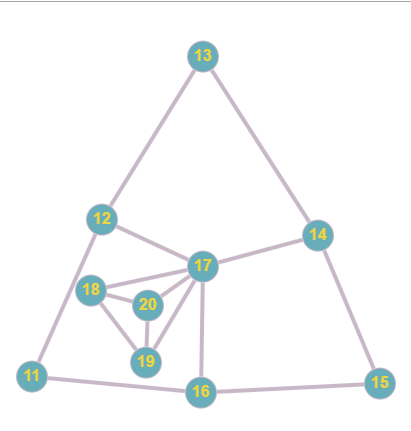


Планарные a, c, e, g

Не планарные b, c, f (св-во эйлера 13<6\*3-6)

Задание 2: Покажите, что следующий граф планарен, построив его плоское изображение:





Задание 3:

Пусть G связный граф с числом вершин больше или равным 11. Докажите, что либо граф, либо его дополнение является непланарным.

Для доказательства этого утверждения мы можем использовать теорему Куратовского, которая утверждает следующее: граф планарен тогда и только тогда, когда он не содержит подграф, гомеоморфный K5 (полный граф на 5 вершинах) или подграф, гомеоморфный K3,3 (поделенный граф на 2 непересекающихся троек вершин).  
  
Итак, рассмотрим G как связный граф с числом вершин больше или равным 11. Теперь предположим обратное: исходные G и его дополнение оба планарны. Поскольку G и его дополнение являются планарными, они не содержат ни K5-содержащих подграфов ни K3.3-содержащих подграфов.  
  
Теперь рассмотрим количество ребер в G и его дополнении. Сумма количества ребер в G и его дополнении равна количеству ребер полного графа Kn (n - количество вершин). Так как n более или равно 11 (как предполагается), то n(n-1)/2 (число всех возможных ребер) будет больше чем сумма количеств ребр в двух планарных гризе.  
  
Следовательно хотя бы один из двух гризев муст быть не планаранным , что завёршает наше предположение .

Задание 4:

A - 2

B – 5 (как плоского), 7

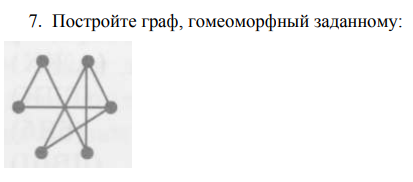
C – 5, 7

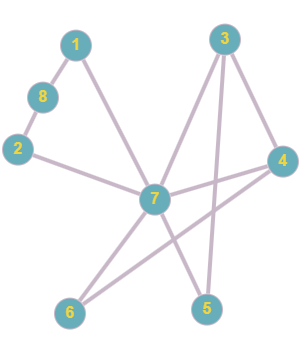
D – 5, 5

Задание 5: является

Задание 6: по формуле эйлера 37 10-45+x=2

Задание 7:





Задание 8: